

# LA METHODE DES

## ALGORITHMES

### CONSTRUCTION ET

### VALIDATION

P. Vermeersch

I - PRESENTATION

#### 1.1 - ANALYSE DU SAVOIR - ANALYSE DU SAVOIR FAIRE

Plusieurs articles dans ce bulletin ont déjà abordé le thème de l'analyse de la matière, ou analyse du contenu. Ce thème a pris un sens technique précis (comme les matrices de Davies, par exemple) et il s'est surtout développé en liaison avec l'enseignement programmé. Mais en même temps, il s'est presque exclusivement centré sur l'analyse des notions (1), l'organisation des concepts : la logique du contenu par opposition à la logique d'utilisation (2).

(1) On peut citer comme exception majeure l'analyse comportementale et le "chaining" de Mecher.

(2) Pour approfondir cette distinction : ENARD C. 1968 - Relations entre analyse du contenu et l'analyse des opérations. Travail Humain, Tome 31, n° 1, 2, p. 25-46

La méthode des algorithmes (1) traite précisément de l'analyse des savoir-faire, donc de la logique d'utilisation. Le problème de l'analyse des savoir-faire, et donc de leur enseignement, doit être posé pour lui-même ; on a trop tendance actuellement à considérer que l'acquisition d'un savoir s'accompagne automatiquement de la connaissance de son utilisation. Or c'est souvent faux et, faute d'explication des démarches à effectuer, on constate de nombreuses erreurs ou échecs.

Exemple : pour l'enseignement de l'oscilloscope cathodique, on a d'un côté un cours très complet d'électrostatique, des principes de tube cathodique... de la justification mathématique de la forme du signal donnant la base de temps, etc... et dans la pratique, au laboratoire, des élèves qui échouent à régler l'appareil pour obtenir une trace. Dans ce cas, régler l'appareil consiste à effectuer une suite d'opérations ordonnées dans le temps en fonction de l'état initial des boutons et de ce que l'on peut observer sur l'écran. Cette séquence est, bien sûr, reliée à la logique du contenu enseigné qui la justifie ; mais la séquence des opérations correctes n'a été ni explicitement enseignée ni, à plus forte raison, mise en relation avec les principes théoriques exposés. Pour résoudre le problème, l'élève va pourtant se créer ses propres recettes souvent limitées par une analyse insuffisante des éventualités possibles et des variables pertinentes.

La méthode des algorithmes permet l'étude de ce genre de problème : l'analyse des séquences d'opérations à effectuer pour résoudre un problème donné, pour atteindre un certain but.

## 1.2 - L'ALGORITHME COMME "ENSEMBLE DES SOLUTIONS"

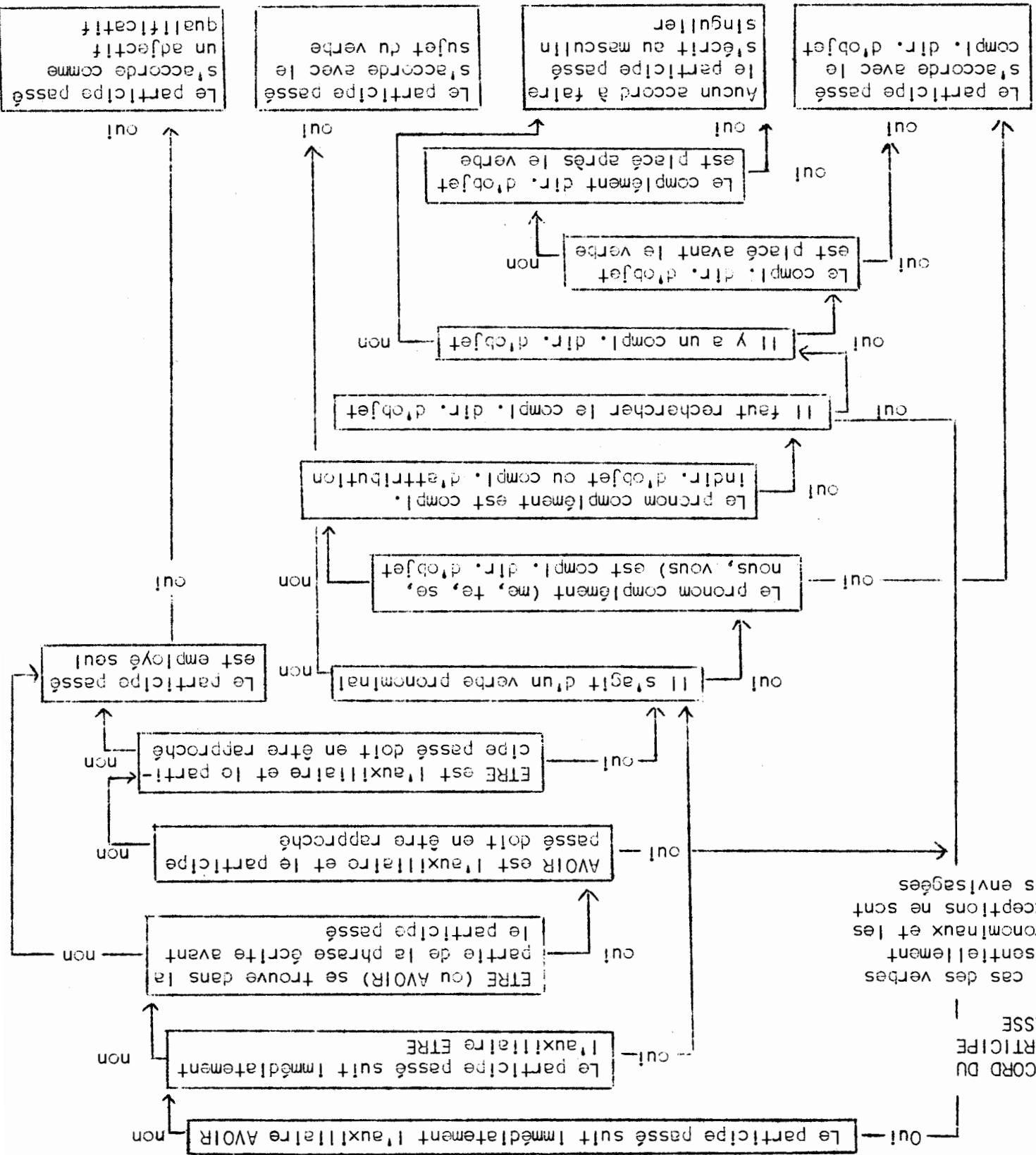
Le notion d'algorithme correspond donc d'abord à l'idée de solution, mais d'une solution matérialisée, définie pour une classe de problème donné.

Exemple : si l'on prend la classe de problème "accord du participe passé en français", on peut écrire la solution pour l'ensemble des cas possibles. L'algorithme construit pour cet exemple n'est pas seulement la solution d'un problème particulier, mais l'ensemble des solutions correspondant à la classe de problème. Voilà pour cet exemple l'algorithme construit par M. JOSSE (2).

(1) On se reportera pour une présentation de base à l'article de A. BISSERET : "L'utilisation de l'organigramme pour la description du travail"

P. VERMERSCH - 1971 "Les algorithmes en psychologie et en pédagogie Définition et intérêts". Travail Humain 34, 1, 157-176  
 P. VERMERSCH 1972 "Quelques aspects des comportements algorithmiques". Travail Humain 35, 1, 117-130

(2) M. JOSSE, Professeur, 22 rue St Sébastien - GUINGAMP 22



ACCORD DU PARTICIPLE PASSE

Le cas des verbes essentiellement pronominaux et les exceptions ne sont pas envisagées

Les analyses que nous allons proposer n'ont pas pour finalité principale de guider le pédagogue dans l'étape de construction de l'algorithme, à partir de l'analyse de la logique du sujet sur lequel il est particulièrement compétent. Sur cet aspect initial, une fois le but fixé, le pédagogue parviendra certainement à ses fins, par ses propres moyens et sa propre réflexion ; il est bien évident qu'il ne

1.4 - IMPORTANCE DE LA VALIDATION EMPIRIQUE

Ce point est fondamental dans l'utilisation de la méthode des algorithmes pour les problèmes pédagogiques. Pour bien la maîtriser, il faut examiner plus en détail l'analyse de la solution écrite (1.1) et la définition de la classe de problème (1.2), tenant compte des caractéristiques des élèves qui vont appliquer l'algorithme.

La distinction est simple mais très importante : si, au niveau de l'algorithme, on peut être satisfait de la cohérence des solutions trouvées, l'utilisation de cet algorithme par un élève peut très bien être un échec parce que le langage utilisé ou les opérations à effectuer sont mal connues.

Mais, cette cohérence avec la matière est insuffisante, il est nécessaire en outre de faire la distinction entre l'algorithme écrit, matérialisé sur une feuille de papier et l'application de l'algorithme, qui est la séquence d'opérations réelles effectuées par un élève. Le mot "chien" ne mord pas, de même un algorithme n'est rien qu'un bout de papier, ce que l'on peut observer c'est une application pendant qu'un élève utilise l'algorithme pour résoudre un problème.

Exemple : L'algorithme "accord du participe passé" doit respecter les règles de la grammaire française et couvrir tous les cas possibles.

Pour garantir à l'algorithme la propriété d'être "efficace à priori", il faut que l'ensemble des solutions satisfasse des conditions logiques, i.e. : il doit être construit en accord avec la logique de la matière.

1.3 - ALGORITHME ET "APPLICATION D'UN ALGORITHME"

Cet exemple d'algorithme de la classe de problème "Accord du participe passé" doit permettre à priori de résoudre n'importe quel problème appartenant à la classe définie. La propriété essentielle d'un algorithme est de permettre à priori d'arriver au but de façon certaine. On dit alors qu'il est "efficace à priori".

peut pas exister de recette générale et toute faite (1).

Cette première démarche permet au mieux de construire un algorithme logiquement correct ; mais pour que cet algorithme devienne une procédure algorithmique pour une population d'élèves donnée, il est absolument nécessaire de valider l'algorithme construit par une observation systématisée. Cette validation permettra d'effectuer des corrections et d'apprécier le résultat final.

Les paragraphes qui suivent offrent alors des éléments permettant d'apprécier et de lire les résultats recueillis lors de cette observation systématisée. Nous proposerons de plus (11.3) quelques modes d'organisation possibles d'un plan d'observation.

## 11 - SOLUTION ET PROBLEMES

### 11.1 - ANALYSE DES ALGORITHMES

Un algorithme est composé d'opérations élémentaires. Dans notre exemple sur l'accord du participe passé, chaque case correspondait à une étape élémentaire dans la résolution et donc à une opération élémentaire dans l'exécution matérielle.

#### 11.1.1 - L'opération élémentaire

La définition de ce qu'est une opération élémentaire doit se faire par rapport aux possibilités de l'élève, si l'on veut être sûr qu'il pourra effectuer l'opération indiquée par l'algorithme.

Exemple : une partie de l'algorithme de réglage et d'obtention de la trace sur un oscilloscope cathodique peut être décrit par une séquence d'opérations comme celle-ci :

Mettre en marche

Cadrer

Régler le faisceau

Mais une opération pourra être décomposée en une séquence d'opérations plus élémentaires et l'ensemble de la séquence deviendra

Mettre en marche

Positionner  
cadrage X  
au millième

Positionner  
cadrage Y  
au millième

Positionner  
intensité  
à fond

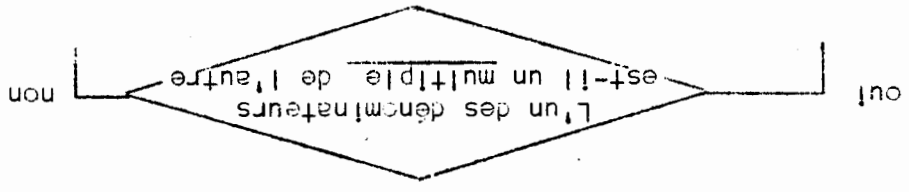
(1) Dans un autre langage si quelqu'un pouvait définir l'algorithme permettant de définir n'importe quel algorithme... il aurait en même temps résolu tous les problèmes existants...

Le découpage doit être fonction du niveau des élèves ;  
 Il sera donc différent non seulement d'un niveau scolaire à un autre,  
 mais éventuellement il le sera aussi au début et en fin d'apprentis-  
 sage. Dans ce dernier cas, on peut faire une réduction de l'algorithme,  
 ce qui en facilitera la mécanisation.

11.1.2 - Le langage utilisé

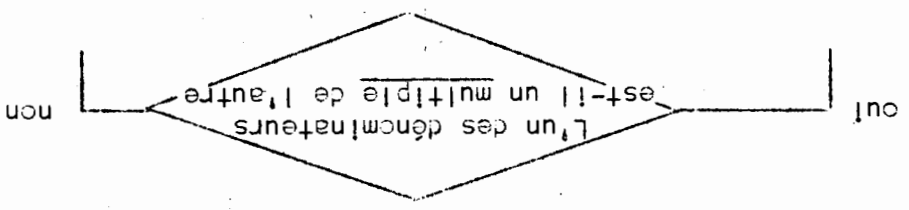
Le problème du langage utilisé pour rédiger les opérations  
 est directement associé à celui que nous venons de voir. Il faut en  
 rédigeant un algorithme être sûr que le langage renvoie bien  
 à une opération que sait faire l'élève. En d'autres termes, il faut  
 être sûr qu'il existe une traduction comportementale des mots que l'on  
 utilise.

Exemple : si un algorithme sur la réduction de 2 fractions  
 au même dénominateur commence par la question :



Il faut que "multiple" ait un sens et que l'élève sache  
 répondre à la question, qu'il sache dans ce cas comparer  
 deux nombres.

Éventuellement, cela renvoie à la réécriture de l'algorithme  
 avec non seulement des opérations plus petites, mais aussi avec des  
 séquences d'opérations non directement centrées sur le problème.  
 Exemple : on peut ajouter à l'exemple précédent une troi-  
 sième éventualité "je ne sais pas".



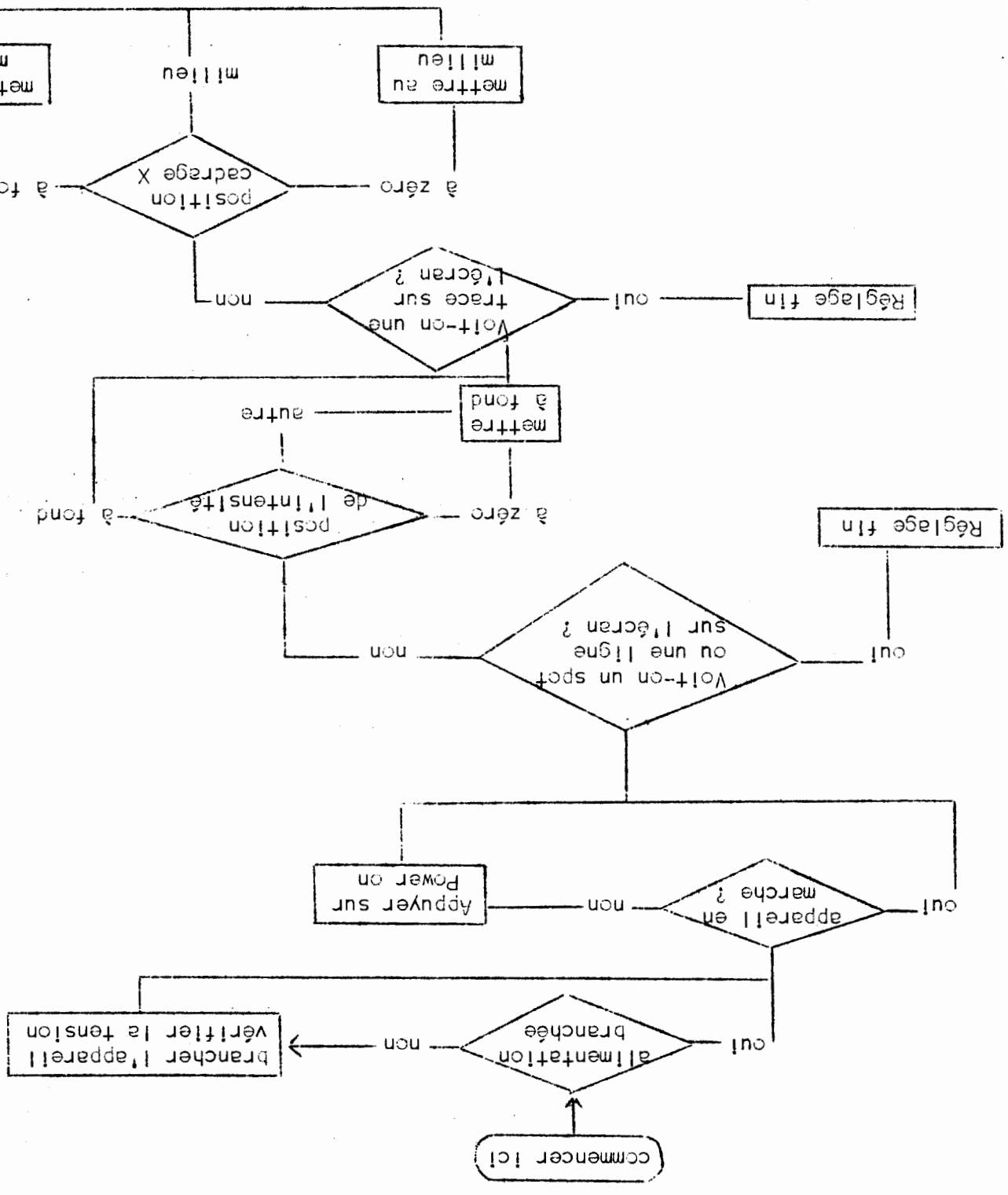
Je ne sais pas

Dans ce cas, l'élève peut être renvoyé à un autre algorithme  
 qui décomposera les différentes opérations à effectuer pour détermi-  
 ner si un nombre est multiple d'un autre.

Bien entendu, cette décomposition doit avoir une limite,  
 déterminée par exemple par le niveau de la classe.

11.1.3 - Les types d'opérations

Prenez par exemple le début de l'algorithme de réglage de l'oscilloscope.



Les cases rectangulaires indiquent les opérations d'exécution : brancher l'appareil, appuyer sur l'interrupteur de mise en marche, etc... Les losanges représentent les opérations de tests, ce sont des choix soit binaires (l'appareil est-il allumé ou/non), soit plus que binaires : position de l'intensité : à zéro, à fond, autre.

1) Les opérations d'exécution peuvent être très diverses : effectuer un calcul, une comparaison, lire un résultat, tourner un bouton, chercher une valeur dans une table, etc...

Dans le cas d'une machine, ces opérations sont définies et stables par construction. Dans le cas d'un élève, l'appel à ces opérations peut rencontrer des difficultés de réalisation car, même si sur le papier l'algorithme est efficace a priori, il ne l'est pas dans la réalité, dans la mesure où l'élève chargé de l'appliquer bute sur la réalisation d'une opération.

Seule une observation systématique permet de savoir, pour une population d'un niveau donné, les opérations auxquelles on peut faire appel de façon sûre.

## 2) Les opérations de tests ou les conditions logiques

Une question est posée qui va déterminer la suite des opérations à effectuer.

Le choix peut être fait suivant plusieurs modalités depuis l'alternative oui-non, ou bien  $>0$ ,  $<0$ , jusqu'à l'éventail d'autant de possibles qu'il sera nécessaire.

3) Cet exemple met en évidence un troisième type d'opération : les opérations de reconnaissance.

En effet, si l'on souhaite utiliser un algorithme comme celui que nous venons d'indiquer, pour faire apprendre le réglage de l'oscilloscope, il faut que l'élève sache reconnaître les boutons et qu'il sache en lire la position. Au niveau initial de l'apprentissage, il devient nécessaire d'ajouter à l'algorithme de résolution, un algorithme de reconnaissance (1) composé d'une suite d'opération permettant à l'élève d'identifier chaque variable.

(1) Cette distinction a été proposée par le psychologue soviétique LANDA. Cette distinction ne suppose pas forcément que les deux algorithmes soient disjoints.



(1) Voir à ce sujet toutes les méthodes indiquées par BISSERET à la fin de son article.

La notion de fermeture d'une classe de problème abordée intuitivement correspond à la possibilité d'isoler cette classe de problème du contexte.

En second lieu si l'on se place d'un point de vue simplement technique, le choix de l'élaboration d'un algorithme doit être guidé par une fermeture relative de la classe de problème.

### 11.2.1 - Conditions de fermeture

Quand on se propose de définir un algorithme, le choix de la classe de problème va se faire en premier lieu en fonction des problèmes d'opportunités pédagogiques.

### 11.2 - DEFINITION DE LA CLASSE DE PROBLEME

Mais nous n'avons vu ici qu'un aspect du problème, celui de la mise au point de l'algorithme en tant qu'"ensemble des solutions"; la contrepartie qui aurait dû être abordée en premier lieu logiquement mais qu'il était plus commode de traiter en deuxième position concerne la définition de la classe de problème.

Les indications sur les différentes caractéristiques des opérations élémentaires composant un algorithme peuvent alors être des guides pour le recueil et l'analyse d'observations systématiques. On possède en effet là un certain nombre de catégories pour diagnostiquer les causes d'erreurs, d'échecs que l'on a pu relever.

L'expérience de ce type de travail montre que quelles que soient la familiarité et l'expérience que l'on puisse avoir dans l'enseignement d'un sujet, le recueil systématique d'observations apporte toujours des éléments de surprise, des informations inattendues qui n'avaient pas été déduites à priori.

On retrouve ici la nécessité de passer par l'étape de contrôle de l'algorithme élaborée par "l'expert" par une confrontation avec les démarches effectivement suivie par les élèves (1).

Les opérations de reconnaissance sont souvent implicites pour celui qui construit l'algorithme, car sa démarche partira d'un simple souci de cohérence logique de l'ensemble des solutions définies, compte tenu de la connaissance qu'il a de la matière.

Exemple : on peut définir comme classe de problèmes : la lecture des caractéristiques d'un signal par amplitude et en fréquence sur un oscilloscope cathodique.

Contre-exemple : la classe de problème : lecture des signaux sur l'oscilloscope cathodique n'est pas close dans la mesure où elle implique éventuellement toute l'électronique...

Cependant, nous disons bien fermeture relative, c'est-à-dire qu'une classe de problème est isolable du contexte en fonction d'un niveau d'analyse donnée, mais elle ne l'est presque jamais absolument.

Exemple : pour la lecture en amplitude et en fréquence du signal, on peut relier la résolution de ce fil aux caractéristiques de l'appareil lui-même, aux problèmes métrologiques liés aux performances des calibres..., aux problèmes de la lecture des signaux en volts efficaces ou en volts maxi suivant la forme d'onde, etc... La possibilité de délimiter avec suffisamment de précision la classe de problème conditionne celle d'écrire l'algorithme.

### 11.2.2 - Généralité du problème et puissance de l'algorithme

Le problème de définition n'est pas seul en cause ; intervient aussi celui de la taille de la classe de problème, le concept qui est lié au point de vue de la solution étant celui de puissance de l'algorithme.

Plus le problème que peut résoudre un algorithme est général, plus la classe de problème est vaste et plus l'algorithme sera dit puissant.

Du point de vue pédagogique (1) il est nécessaire de rechercher un équilibre entre des classes de problèmes suffisamment larges pour justifier l'effort de recherche mais conduisant à des algorithmes extrêmement complexes et donc peu commodes et les cas particuliers qui n'ont qu'un intérêt mineur.

On peut se demander par exemple s'il faut construire et proposer aux élèves un algorithme permettant d'effectuer une opération sur le type d'appareil que possède l'établissement (oscillo, machine-outil, à calculer, etc...)

---

(1) Du point de vue de la recherche en mathématique pure d'où est issue la notion d'algorithme, le but sera de créer des algorithmes de plus en plus puissants, ou alors de montrer qu'un problème donné n'en comporte pas, qu'il n'est pas décidable.

(1) Le problème se pose dans les mêmes termes pour la mise au point et l'utilisation de simulateurs. Cf. M. BONNET : Evaluation pédagogique d'un simulateur. Bulletin de Liaison Pédagogique de l'Enseignement Technique et de la Formation Professionnelle, n° 5, 1972

valeurs.

Ces variables peuvent avoir plusieurs modalités ou plusieurs

relatives de ces éléments entre eux.  
les différents éléments composant la phrase et les positions

Exemple : pour l'accord du participe passé, les variables seront situation problème seront les variables.  
1) Les éléments que l'on peut isoler et identifier dans la

Définir ces trois termes de l'analyse est relativement simple si l'on reste au niveau intuitif.

- les variables
- les opérations
- les règles

pour identifier :

Le second niveau de définition consiste en une analyse détaillée

#### 11.2.4 - Définition par les composants

Le premier niveau se rapporte au but = "ajouter des chiffres binaires" est une définition de ce type ; "ajouter dans un système numérique à base quelconque" est du même type en plus général. Il s'agit là de "définitions en compréhension" (c'est-à-dire par les propriétés) ; ce sont pour nous les plus intéressantes par opposition à la "définition en extension" (par l'énumération), sous forme d'une liste ne pouvant guère représenter qu'une somme de cas particuliers ; l'intérêt pédagogique en paraît mince ; notons qu'il n'en serait pas de même dans le cas de la conception d'aide au travail dans l'industrie.

La définition peut se faire à plusieurs niveaux.

#### 11.2.3 - Définition par le but

Mais en fait, la réponse aux questions que nous venons de soulever relativement à la fermeture de la classe de problème et à sa taille ne peut être donnée qu'après une analyse plus fine de la démarche de définition de cette classe, et surtout de validation empirique.

pour rester dans le domaine des appareils) ou s'il faut en construire un pour toute la gamme d'appareils existant sur le marché (1).

Pour l'accord du participle passé, la variable verbe

auxiliaire a deux modalités : être/avoir ;

la variable pronom complément 5 : me, te, se, nous vous.

Dans le cas du réglage de l'oscilloscope : la variable

calibre de base de temps peut prendre une série de valeurs  
définie par la graduation de ce calibre.

Savoir si un élément donné est ou n'est pas une variable

n'est pas toujours aussi simple que dans les exemples ci-dessus. On

peut être tenté de se laisser guider par la recherche des seules va-

riables suffisantes et nécessaires. Mais, dans l'optique d'une fina-

lité pédagogique, et donc d'un apprentissage, on demandera à l'élève

non seulement de savoir reconnaître la variable pertinente qui aura

fait l'objet de l'enseignement, mais surtout de savoir discriminer

entre plusieurs éléments lequel est la variable pertinente. L'informa-

tion doit donc être non seulement positive, mais aussi "négative".

On donnera alors la définition d'une variable, non seule-

ment en elle-même ("le calibre d'amplification/atténuation verticale")

mais aussi, par opposition avec une variable proche qui peut être soit

source de confusion, soit non pertinente pour le problème à résoudre,

("le calibre d'ampli horizontal" ou "la coupe magnétique" dans le cas

de l'oscilloscope).

Donner ici des exemples de ces notions est difficile, car

définir des variables sous forme de traits pertinents les distinguant

d'autres variables éventuellement sources d'erreurs, n'est possible

qu'à partir d'une analyse empirique, à partir d'observations. C'est

pourquoi nous nous attachons à l'exemple de l'oscilloscope dont

l'apprentissage a fait l'objet d'une expérimentation.

2) Les caractéristiques de la classe de problème permet-

tront de définir les opérations. Le problème qui est soulevé ici et

que nous avons déjà abordé dans la première partie concerne la taille

des opérations élémentaires, etc...

3) Avec les règles qui seront explicitées à partir de la

logique du contenu auquel se rapporte le problème et qui permettront

dans la solution de définir les différentes branches issues de cha-

que tests, nous avons en quelque sorte un alphabét et des règles

d'écriture pour construire l'algorithme, c'est-à-dire l'ensemble des

solutions.

11.3 - QUELQUES METHODES DE VALIDATIONS

Il serait possible de développer longuement chaque point esquisse ici. Mais l'isne présentent d'intérêt que dans le cas où l'on effectuera une validation des algorithmes mis au point. Les différents items de notre exposé sont alors autant de titres pour concevoir une expérimentation et pour analyser les observations recueillies.

11.3.1 - Recueil d'algorithmes observés :

BISSERET, dans son article sur la méthode des algorithmes, a indiqué plusieurs techniques utilisables : observation, interview simple, interview sur problèmes concrets, distribution de l'information à la demande.

Ces techniques vont apporter les informations de base pour savoir comment les élèves s'y prennent et quelles sont les erreurs, confusions, sources d'échec, etc... Cela permet une première modification à l'algorithme conçu seulement en accord avec la logique du problème.

Quand on a réalisé ainsi une version de l'algorithme tenant compte de ces premières observations, on essaiera de vérifier s'il permet vraiment à l'élève d'aboutir au résultat.

11.3.2 - Test de la procédure algorithmique

On peut pratiquement présenter l'algorithme sous la forme d'un livre broché (1) où l'élève n'a sur chaque page que l'information correspondant à une étape élémentaire. On peut alors choisir quelques problèmes types et faire résoudre ces problèmes avec l'aide de l'algorithme ainsi présenté. Le découpage des opérations page par page doit permettre de voir quand l'élève bute et pourquoi (on peut compléter par une interview pour préciser les causes).

On peut ainsi contrôler si le langage utilisé est clair, si les opérations auxquelles on fait appel sont connues de l'élève, si les variables pertinentes sont reconnues, etc...

On a alors un nouvel ensemble d'observations permettant de corriger l'algorithme.

(1) Comme dans les techniques d'enseignement programmé ramifiées de Crowder (cf. WEILL-FASSINA A. : Introduction à l'Enseignement Programmé)

#### H.3.3 - Test de l'algorithme

On peut alors présenter l'algorithme sous forme d'un ordre logique (d'un organigramme) ce qui donne l'ensemble des branches possibles, et la laisser à la libre utilisation de l'élève.

Son utilisation fera apparaître :

- 1) Si les conditions d'usage de l'algorithme ont été respectées et en particulier si la classe de problème a été bien définie
- 2) Si toutes les éventualités ont bien été prévues, c'est-à-dire le caractère complet de l'algorithme.

#### III - POUR CONCLURE PROVISOIREMENT

Ce que nous avons écrit est surtout une incitation à l'observation systématisée pour ne pas parler d'expérimentation réelle.

La mise au point des algorithmes telle qu'elle est exposée ici est à considérer surtout dans l'optique de la formation des formateurs : car les différents modes d'utilisation que l'on peut en faire avec les élèves doivent être discutés, non pas sur le plan technique où nous sommes cantonnés, mais aussi et surtout par rapport aux finalités éducatives.

#### RESUME

Cet article présente la notion d'algorithme. Il situe l'intérêt de cette notion par rapport aux autres techniques d'analyse de la matière par la possibilité qu'elle offre d'expliquer les savoir-faire, ce qui est particulièrement précieux pour l'enseignement technique.

Après avoir insisté sur la différence entre une définition logique faite a priori de l'algorithme, et la suite d'opérations effectuées dans la réalité par un élève ou procédure algorithmique, il montre la nécessité d'une validation empirique.

Un certain nombre de clefs sont proposées, centrées sur les problèmes de définition, pour mettre au point des recueils systématiques d'information et en analyser les résultats. Quelques méthodes d'élaboration de plan d'observations sont alors précisées.